

CHỦ ĐỀ 11: PHÉP CỘNG CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1) Cộng hai phân thức cùng mẫu: Cộng tử với tử và giữ nguyên mẫu

2) Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau:

- Quy đồng mẫu thức các phân thức.
- Cộng hai phân thức cùng mẫu (sau khi đã quy đồng).

B/ BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1. Cộng các phân thức cùng mẫu thức:

a) $\frac{1-2x}{6x^3y} + \frac{3+2y}{6x^3y} + \frac{2x-4}{6x^3y};$

b) $\frac{x^2-2}{x(x-1)^2} + \frac{2-x}{x(x-1)^2};$

c) $\frac{3x+1}{x^2-3x+1} + \frac{x^2-6x}{x^2-3x+1};$

d) $\frac{x^2+38x+4}{2x^2+17x+1} + \frac{3x^2-4x-2}{2x^2+17x+1}.$

Bài 2. Cộng các phân thức khác mẫu thức:

a) $\frac{5}{6x^2y} + \frac{7}{12xy^2} + \frac{11}{18xy};$

b) $\frac{4x+2}{15x^3y} + \frac{5y-3}{9x^2y} + \frac{x+1}{5xy^3};$

c) $\frac{3}{2x} + \frac{3x-3}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2};$

d) $\frac{x^3+2x}{x^3+1} + \frac{2x}{x^2-x+1} + \frac{1}{x+1};$

e) $\frac{y}{2x^2-xy} + \frac{4x}{y^2-2xy};$

f) $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x^2-4} + \frac{x-14}{(x^2+4x+4)(x-2)};$

g) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)(4x+7)};$

h) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{(x+3)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(4x+7)};$

Bài 3. Dùng quy tắc đổi dấu để tìm mẫu thức chung rồi thực hiện phép cộng.

a) $\frac{4}{x+2} + \frac{2}{x-2} + \frac{5x-6}{4-x^2};$

b) $\frac{1-3x}{2x} + \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{3x-2}{2x-4x^2};$

c) $\frac{1}{x^2+6x+9} + \frac{1}{6x-x^2-9} + \frac{x}{x^2-9};$

d) $\frac{x^2+2}{x^3-1} + \frac{2}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x};$

e) $\frac{x}{x-2y} + \frac{x}{x+2y} + \frac{4xy}{4y^2-x^2}.$

Bài 4. Cộng các phân thức:

a) $\frac{1}{(x-y)(y-z)} + \frac{1}{(y-z)(z-x)} + \frac{1}{(z-x)(x-y)};$

$$b) \frac{4}{(y-x)(z-x)} + \frac{3}{(y-x)(y-z)} + \frac{3}{(y-z)(x-z)};$$

$$c) \frac{1}{x(x-y)(x-z)} + \frac{1}{y(y-x)(y-z)} + \frac{1}{z(z-x)(z-y)};$$

$$d) \frac{4}{(a-x)(c-x)} + \frac{3}{(a-x)(a-c)} + \frac{3}{(a-c)(x-c)};$$

$$e) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}.$$

Bài 5. Làm tính cộng các phân thức.

$$a) \frac{11x+13}{3x-3} + \frac{15x+17}{4-4x};$$

$$b) \frac{2x+1}{2x^2-x} + \frac{32x^2}{1-4x^2} + \frac{1-2x}{2x^2+x};$$

$$c) \frac{1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{2x}{1-x^3};$$

$$d) \frac{x^4}{1-x} + x^3 + x^2 + x + 1;$$

$$e) \frac{5}{2x^2y} + \frac{3}{5xy^2} + \frac{x}{y^3};$$

$$f) \frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x(x+3)};$$

$$g) \frac{3x+5}{x^2-5x} + \frac{25-x}{25-5x};$$

$$h) x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2} + 1;$$

$$i) \frac{4x^2-3x+17}{x^3-1} + \frac{2x-1}{x^2+x+1} + \frac{6}{1-x};$$

Bài 6. Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} + \frac{x-5}{x(x+5)},$$

$$B = \frac{3}{x+5}$$

Chúng tỏ rằng $A = B$.

Bài 7. Tính giá trị của biểu thức :

$$a) A = \frac{2x}{1-x^3} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x+1} \text{ với } x = 10;$$

$$b) B = \frac{x^4}{1-x} + x^3 + x^2 + x + 2 \text{ với } x = -99$$

C/ CÁC BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 8. Tìm các số a và b sao cho phân thức $\frac{x^2+5}{x^3-3x-2}$ viết được thành $\frac{a}{x-2} + \frac{b}{(x+1)^2}$

HD: Dùng một trong hai phương pháp (hệ số bất định hoặc xét giá trị riêng) để tìm a và b sau khi quy đồng.

Bài 9. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào x

a) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx};$

b) $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)}.$

Bài 10. Cộng các phân thức :

$$\frac{1}{(b-c)(a^2+ac-b^2-bc)} + \frac{1}{(c-a)(b^2+ab-c^2-ac)} + \frac{1}{(a-b)(c^2+bc-a^2-ab)}.$$

(Đề thi học sinh giỏi lớp 8 toàn quốc 1980)

Bài 11. Rút gọn biểu thức :

$$A = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}.$$

Bài 12. Tìm các số A, B, C để có : $\frac{x^2-x+2}{(x-1)^3} = \frac{A}{(x-a)^3} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-1}.$

Bài 13. Chứng minh hằng đẳng thức : $\frac{a^2+3ab}{a^2-9b^2} + \frac{2a^2-5ab-3b^2}{6ab-a^2-9b^2} = \frac{a^2+an+ab+bn}{3bn-a^2-an+3ab}.$